



MFG3

ESTRATÈGIES I EINES

MATEMÀTIQUES

Amb el suport de



UF5.: GEOMETRIA



És la branca de les matemàtiques que permet estudiar la forma i la grandària de les figures del pla i de l'espai.

El món està ple de figures geomètriques que estem acostumats a veure, però que ens hem d'acostumar a veure per distingir-les.

Quadrat/cub



Espiral

Circumferència



Triangle

PUNT: element més petit de la geometria.

Es representa amb una creu i una lletra en majúscula.

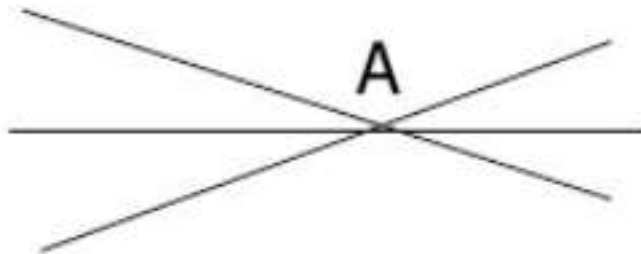


RECTA: Línia sense principi ni final formada per infinits punts.

No es pot dibuixar sencera: representem una part.



-Per un punt passen infinites rectes



-Per dos punts passa una recta



SEMIRECTA: És una recta que té principi, però no té final.



SEGMENT: És la porció o part d'una recta delimitada per dos punts. Té principi i final.



-A i B són **extrems del segment.**

- El segment s'anomena pels extrems: segment AB.

Dues rectes poden ser:

SECANTS: quan es tallen en un punt



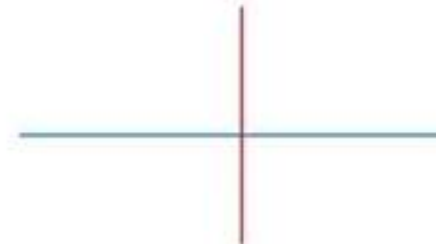
PARAL·LELES: quan no tenen cap punt en comú



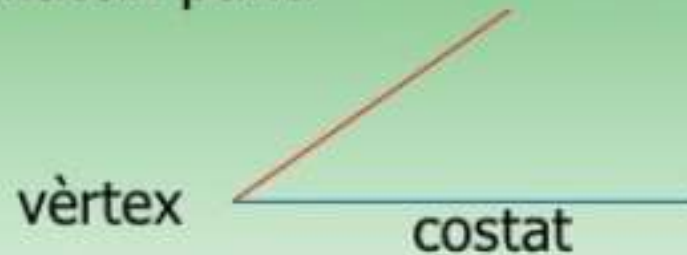
COINCIDENTS: quan tots els punts són comuns



PERPENDICULARS: quan formen un angle de 90° i divideixen el pla en quatre parts iguals



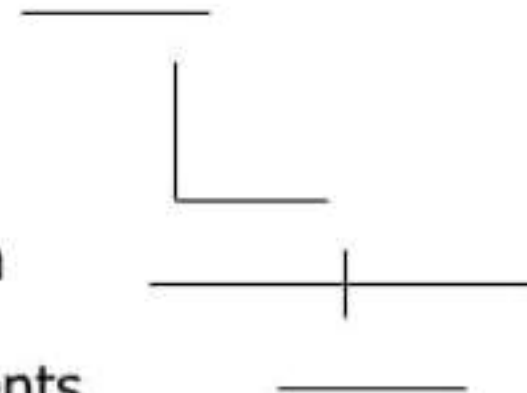
ANGLE: obertura formada per dues semirectes que parteixen d'un mateix punt.



CLASSIFICACIÓ D'ANGLES:

Segons posició dels costats:

- Angle nul= 0° : els costats són coincidents
- Angle recte= 90° : costats perpendiculars
- Angle pla= 180° : costats sobre la mateixa recta
- Angle complet= 360° : els costats són coincidents



CLASSIFICACIÓ D'ANGLES:

Segons l'obertura

- Angle agut: inferior a l'angle recte de 90°
- Angle obtús: superior a l'angle recte de 90°



POSICIONS RELATIVES DE DOS ANGLES:

- Angles oposats: - Un vèrtex en comú i costats sobre la mateixa recta

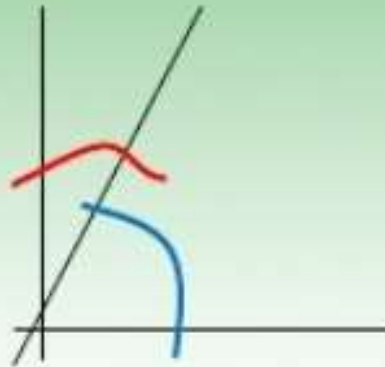


- Angles consecutius: - Tenen en comú el vèrtex i un costat

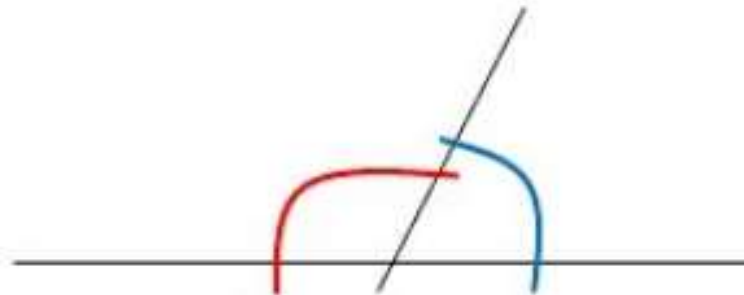


POSICIONS RELATIVES DE DOS ANGLES:

-Angles complementaris: - Angles consecutius que formen un angle recte (90°)

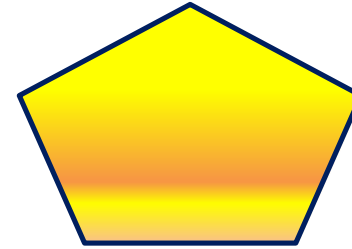


-Angles suplementaris: - Angles consecutius que formen un angle pla (180°)

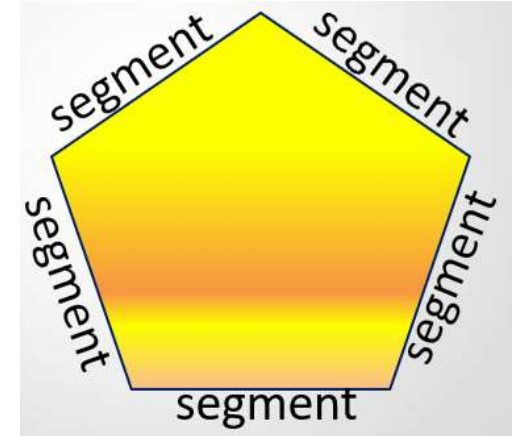


Polígons

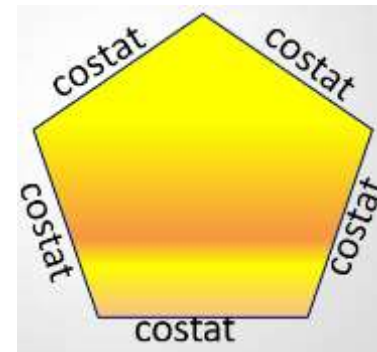
Un **polígon** és una figura geomètrica limitada per segments.



Aquesta figura geomètrica és un polígon perquè està limitada per segments.

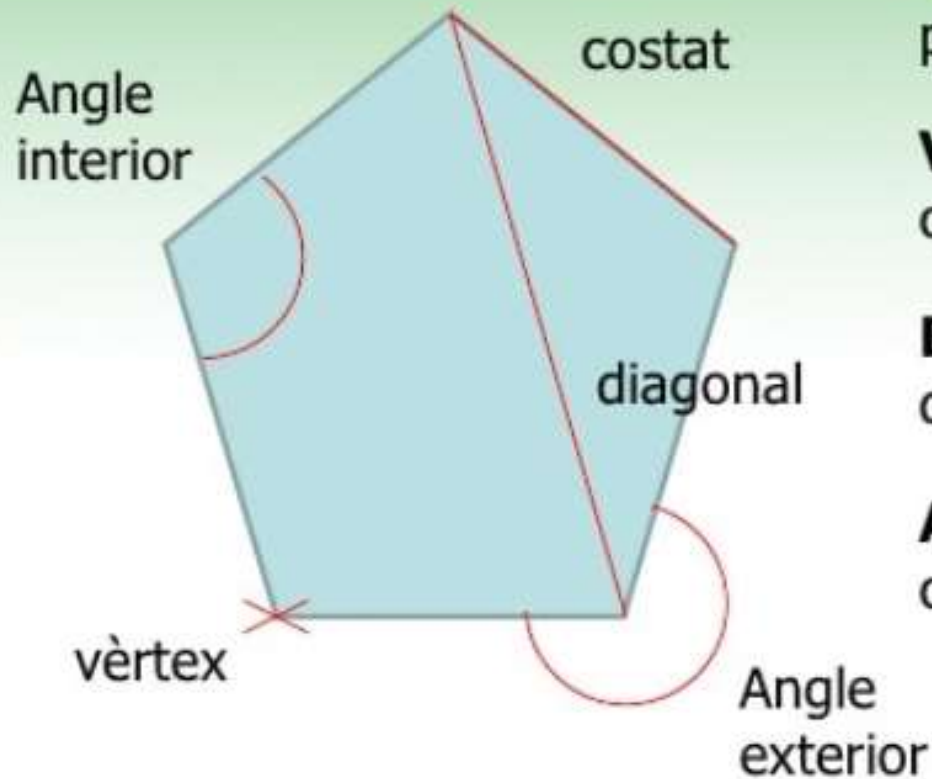


Els segments que limiten un polígon en són els **costats**



ELEMENTS D'UN POLÍGON:

POLÍGON: Espai pla tancat limitat per segments.



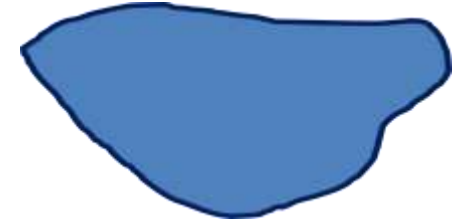
Costats: segments que delimiten els polígons.

Vèrtexs: punts on s'uneixen els costats.

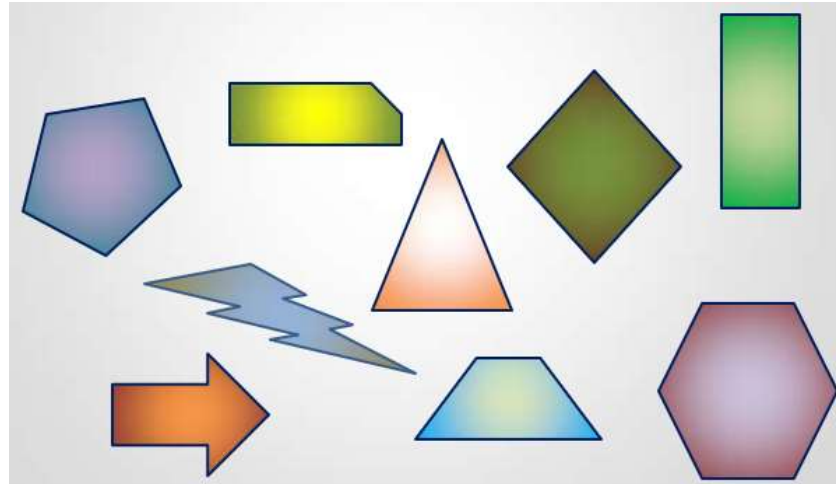
Diagonals: segments que uneixen dos vèrtexs no consecutius.

Angle interior: angle format per dos costats del polígon.

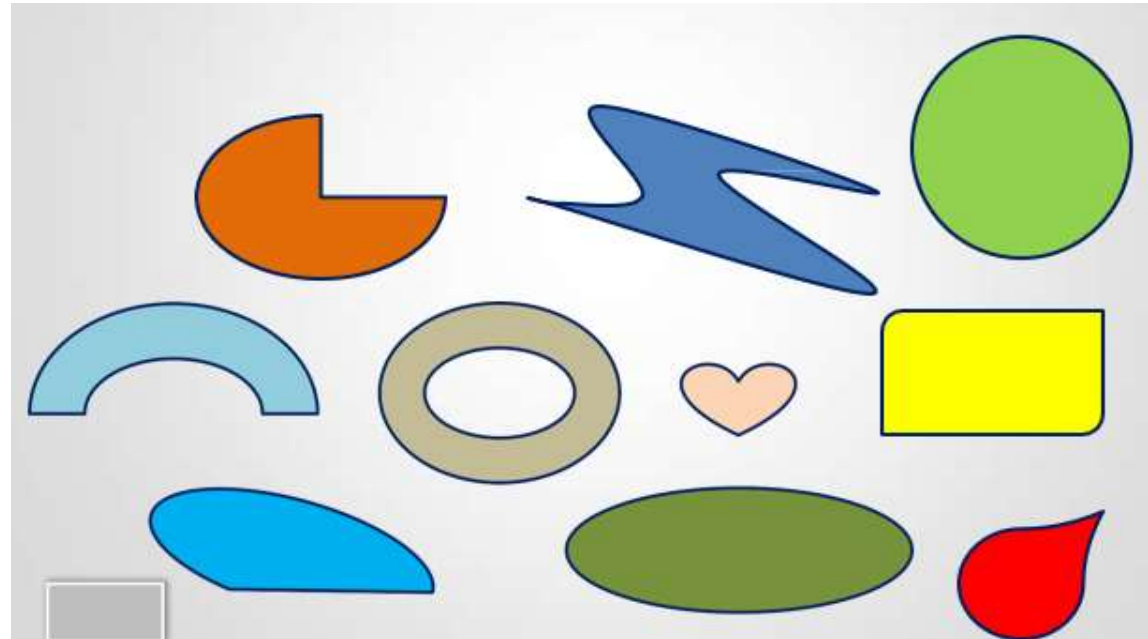
Aquesta figura geomètrica no és un polígon perquè no està limitada per segments.



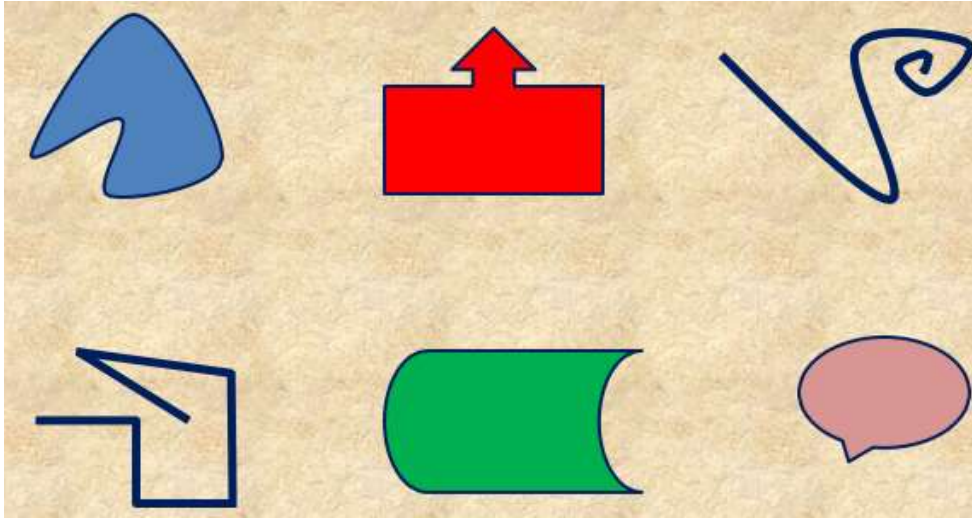
Totes aquestes figures geomètriques són polígons, els seus costats són segments.



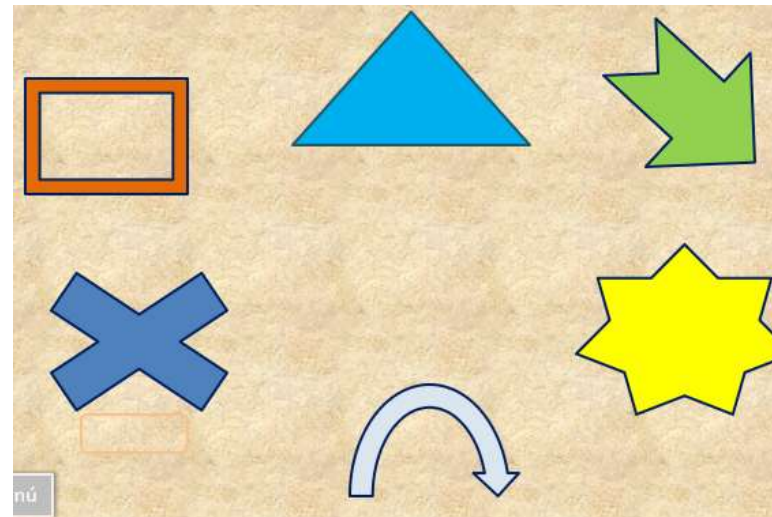
D'aquestes figures, no n'hi ha cap que sigui un polígon: els seus costats no són segments.



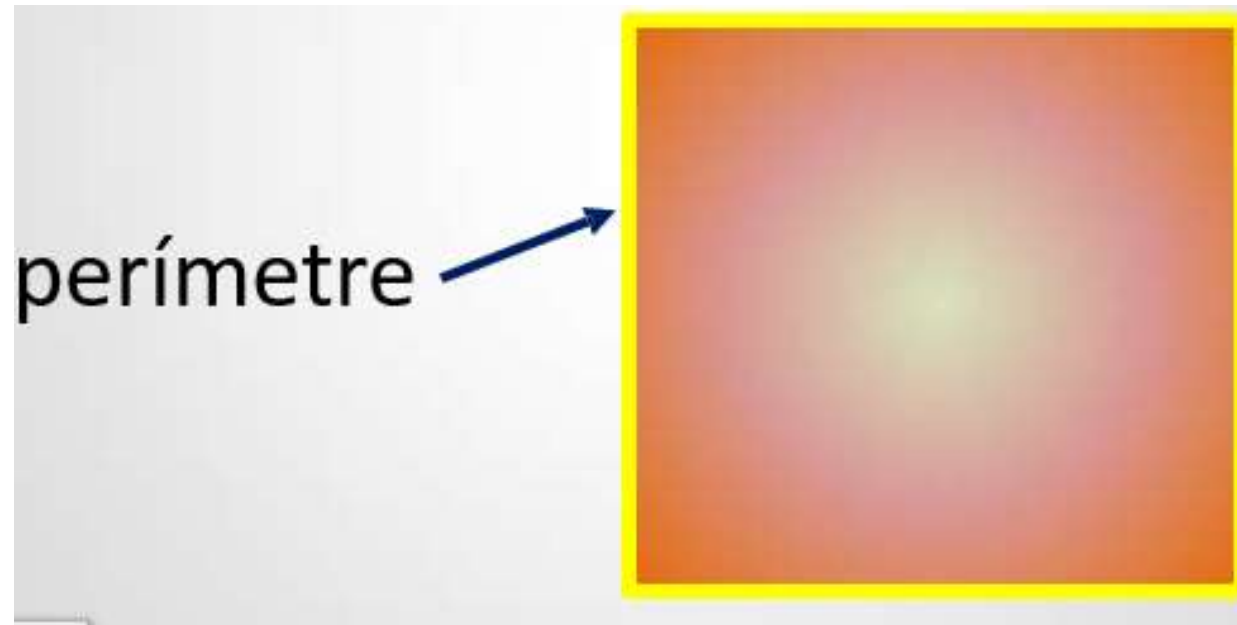
Quina d'aquestes figures és un polígon?



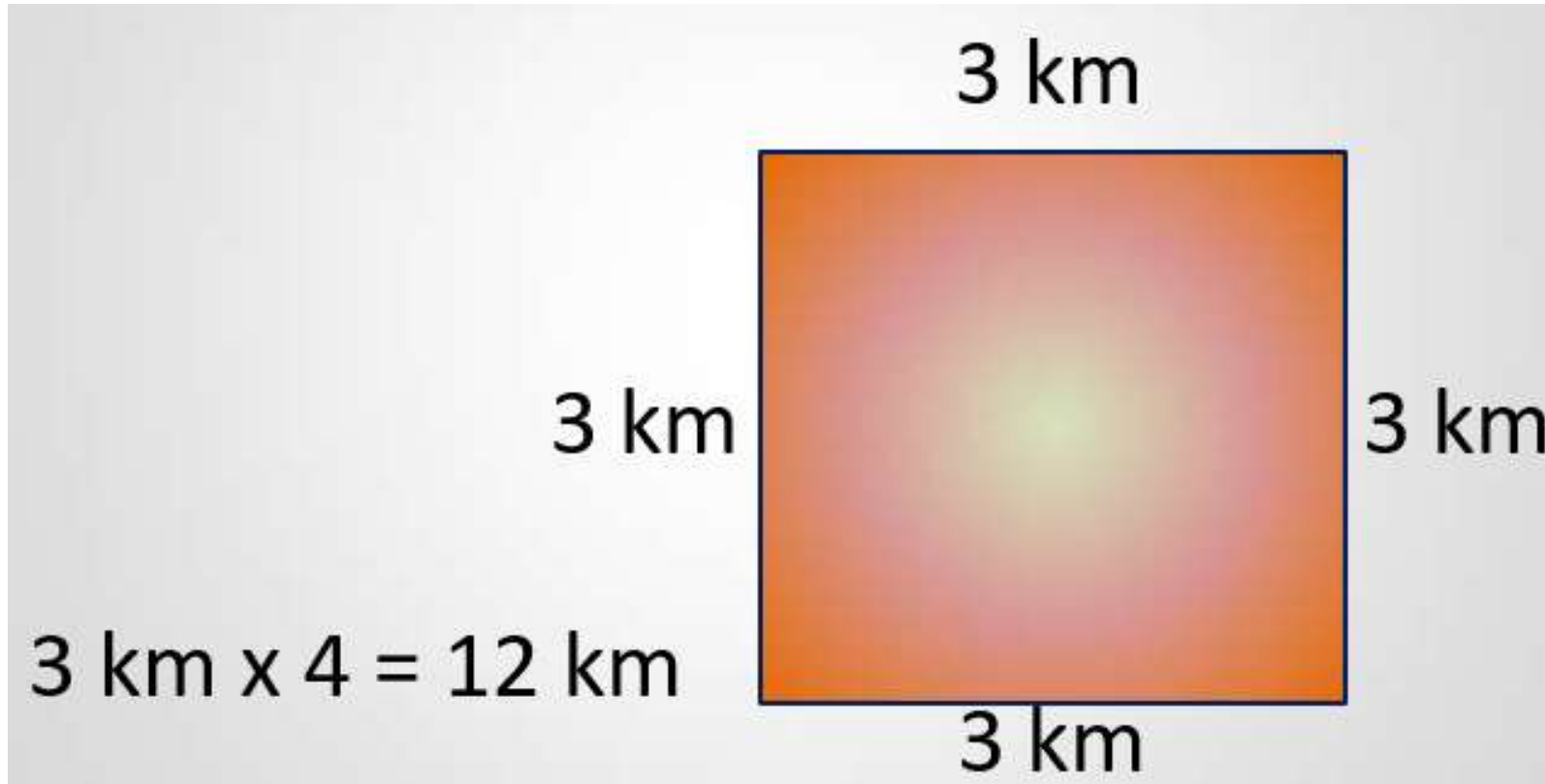
Quina d'aquestes figures no és un polígon?



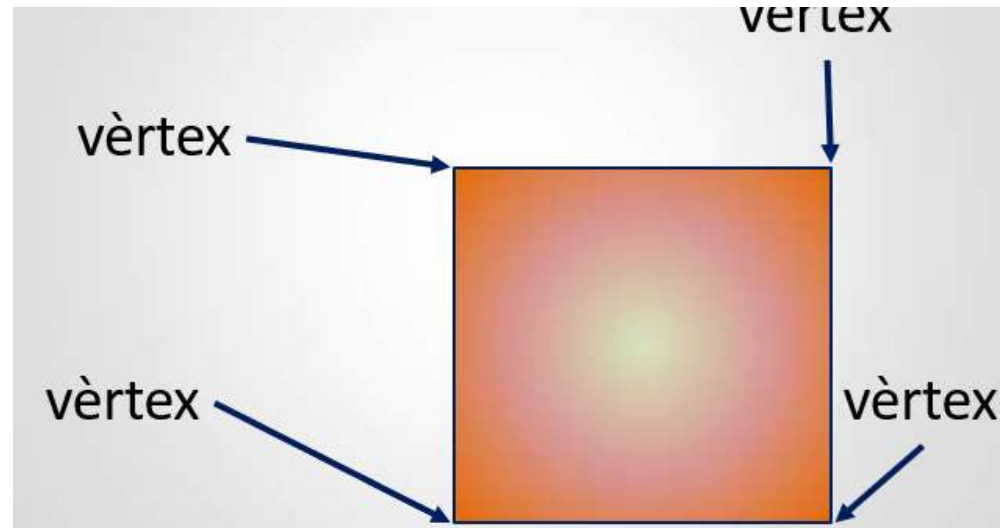
El **perímetre** d'un polígon és la suma de les longituds de tots els seus costats



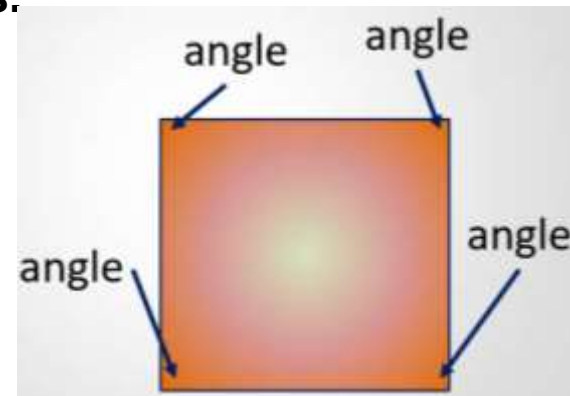
Per exemple : el perímetre d'aquest polígon seria de 12 km, perquè cada costat mesura 3km



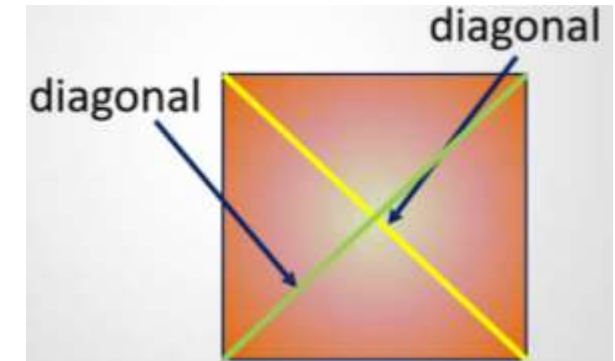
Els vèrtex són els punts on es troben els costats.



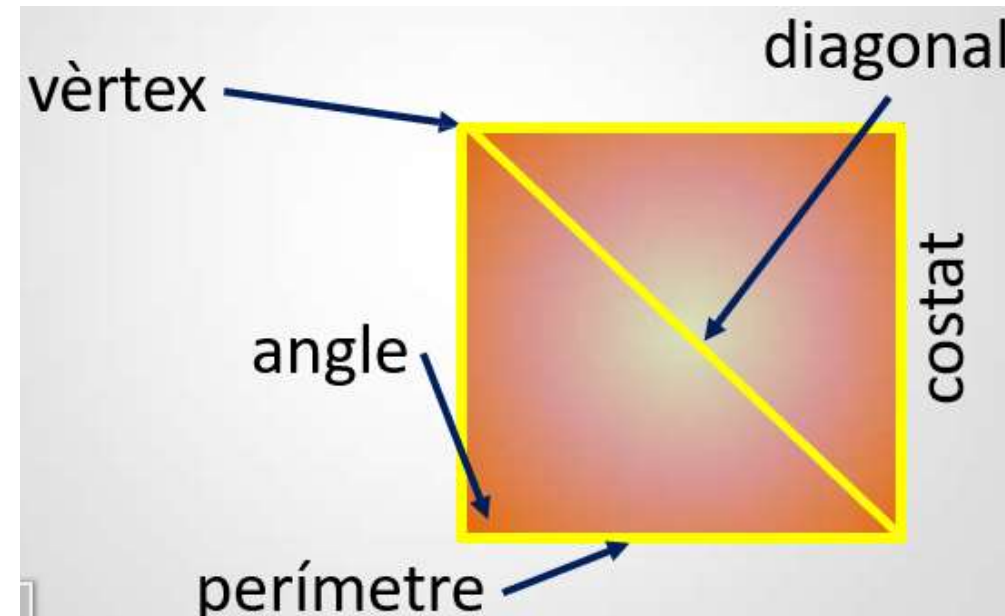
L'angle és l'obertura que formen dos costats consecutius.



La diagonal és el segment que uneix dos vèrtexs que no són consecutius.



Així doncs, aquestes són les parts d'un polígon:



CLASSIFICACIÓ DE POLÍGONS:

Segons els angles:

- CONVEX: Tots els angles interiors són més petits de 180°



- CÒNCAU: Algun dels angles és més gran de 180°



Segons els costats i angles:

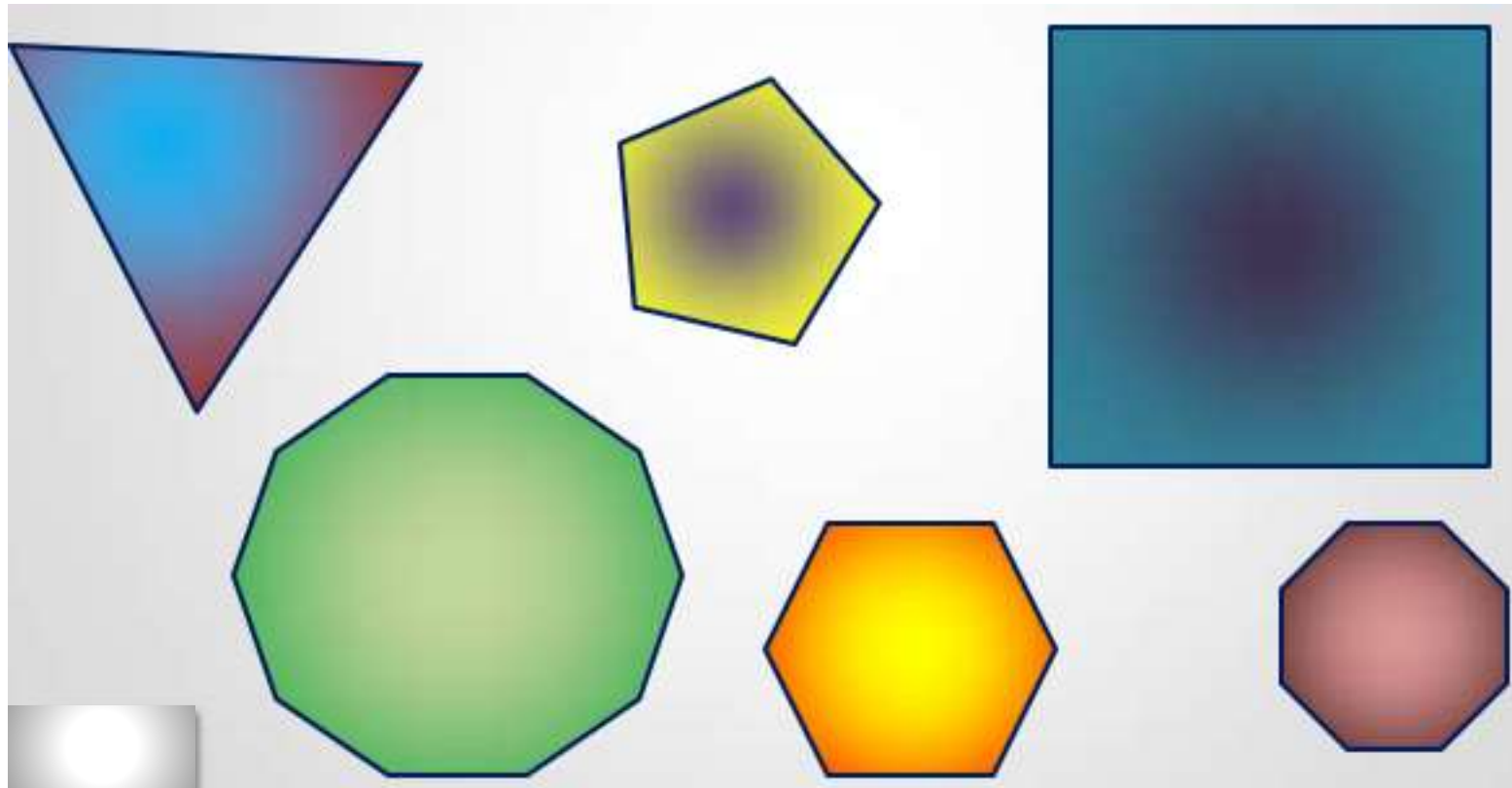
- REGULAR: Tots els costats i angles són iguals



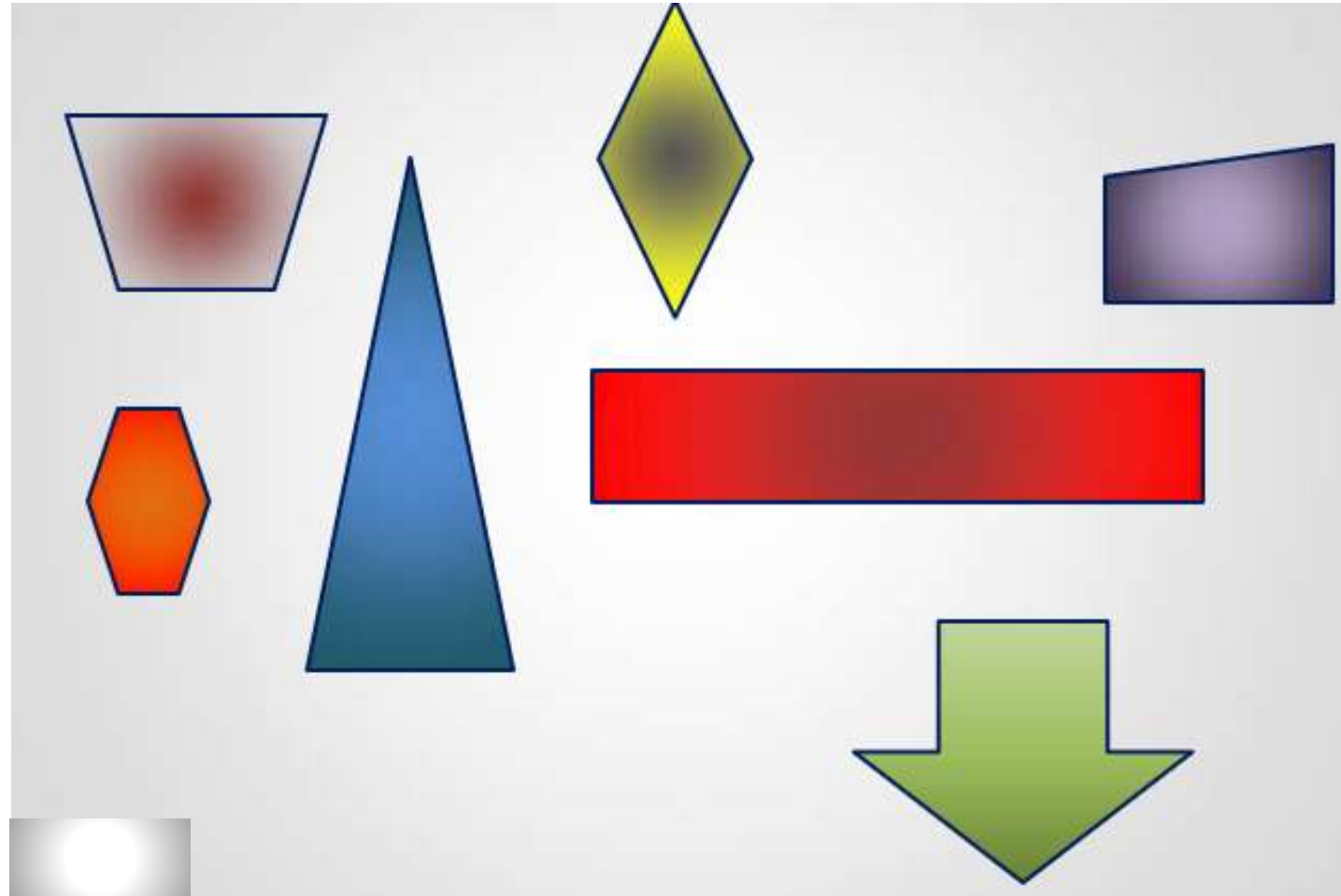
- IRREGULAR: Té algun costat o angle diferents



POLÍGONS REGULARS



POLÍGONS IRREGULARS



CLASSIFICACIÓ DE POLÍGONS SEGONS EL NOMBRE DE COSTATS:

Nom	Nº de costats
Triangle	3
Quadrilàter	4
Pentàgon	5
Hexàgon	6
Heptàgon	7
Octàgon	8
Enneàgon	9
Decàgon	10
Hendecàgon	11
Dodecàgon	12



Triangle



Quadrilàter

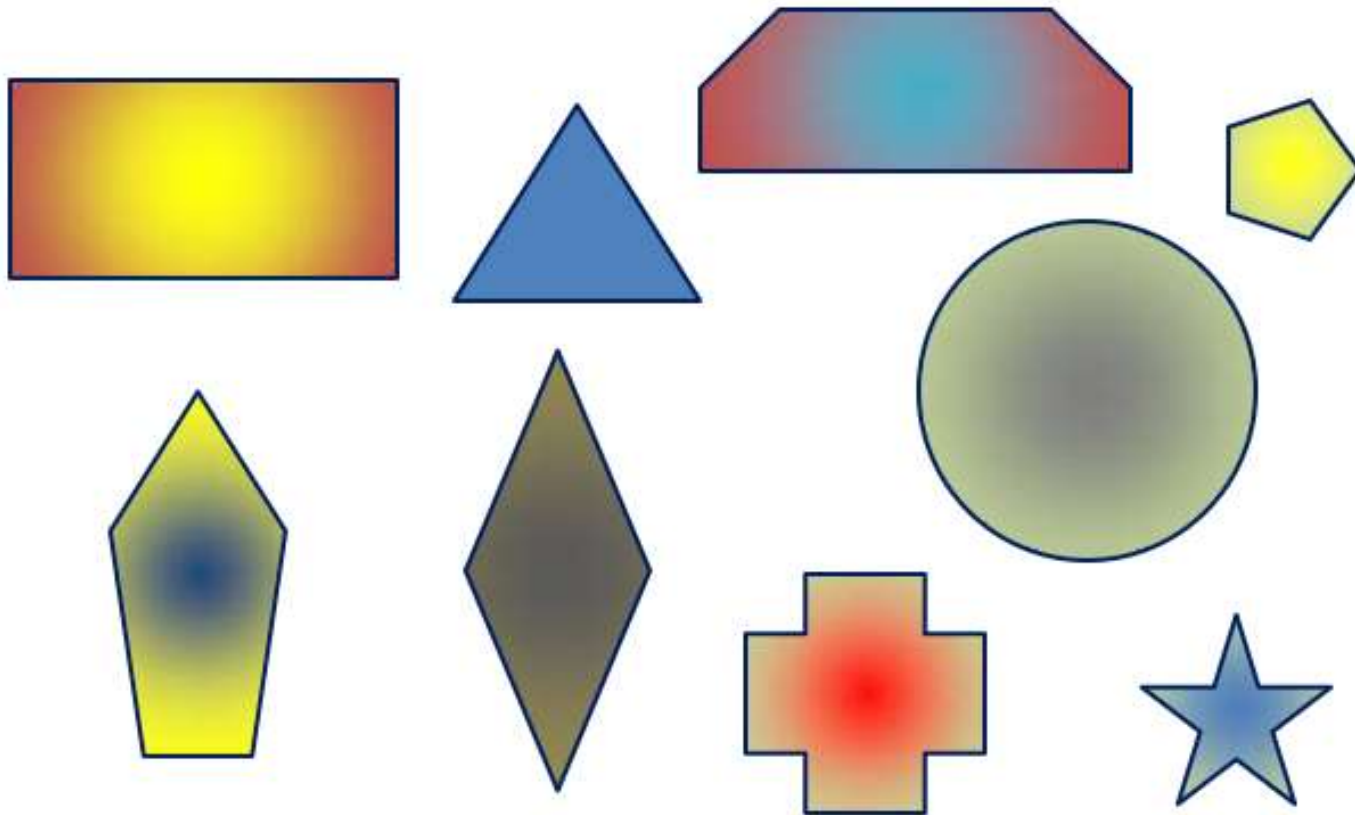


Pentàgon



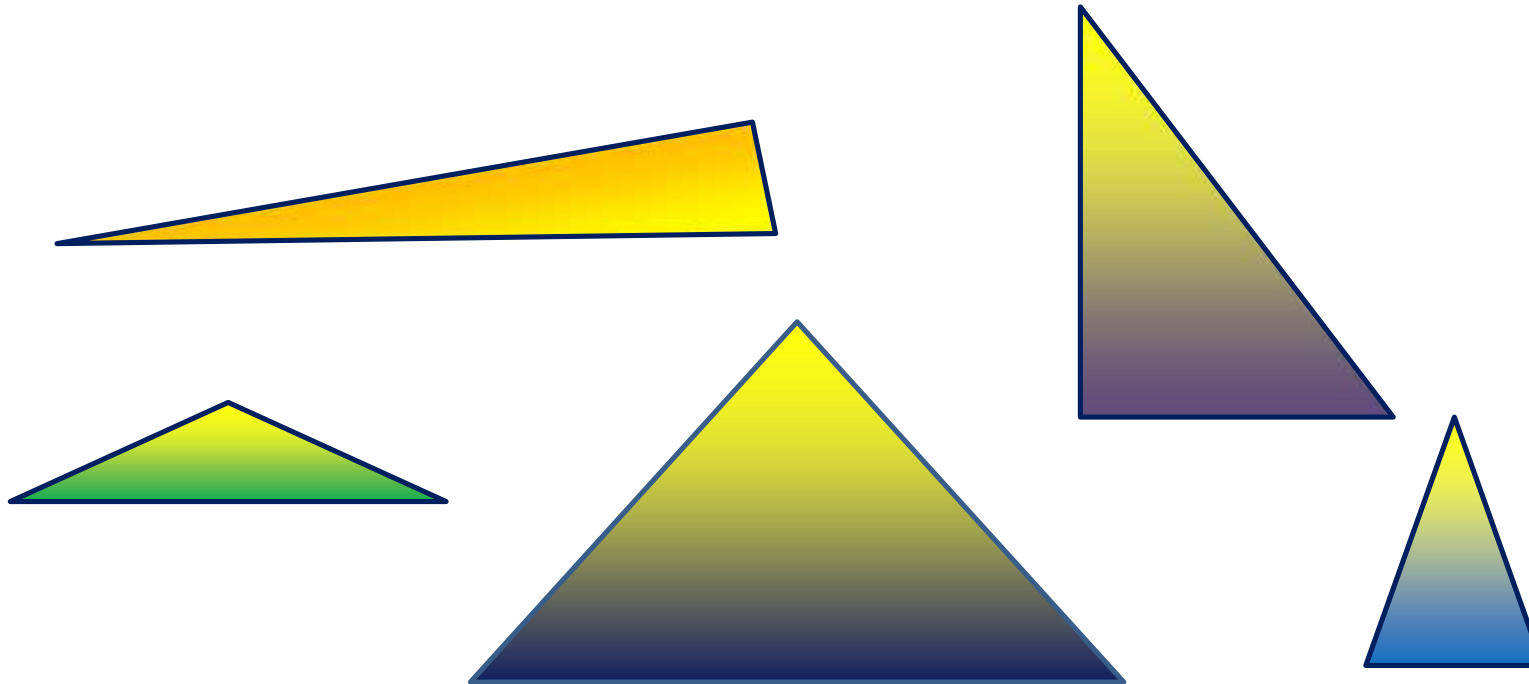
hexàgon

Quines dues d'aquestes figures geomètriques són polígons regulars?

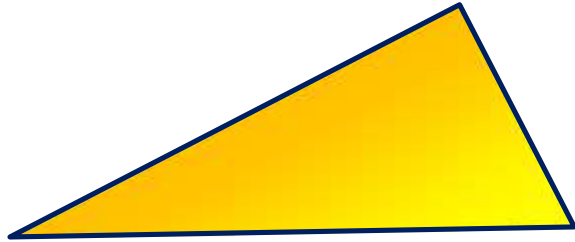


Classes De Triangles

Els triangles es poden classificar tenint en compte diferents criteris



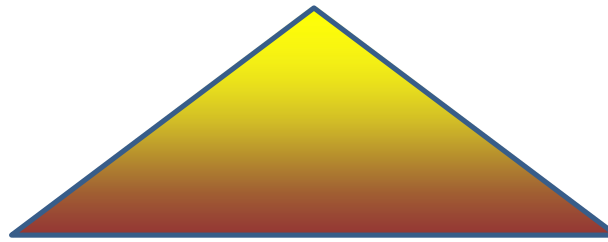
Si es té en compte la longitud dels seus costats:



Triangle **escalè**



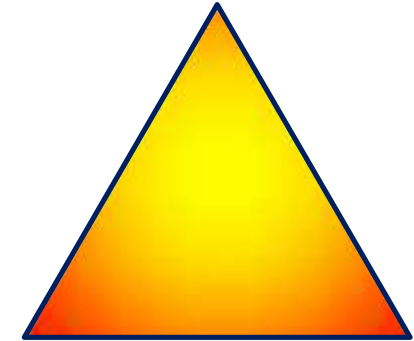
té tots els costats de diferents mides



Triangle **isòsceles**



té dos costats iguals i l'altre de diferent mida

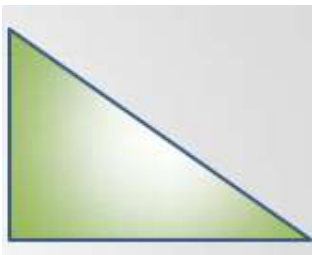


Triangle **equilàter**



té tots tres costats de la mateixa longitud

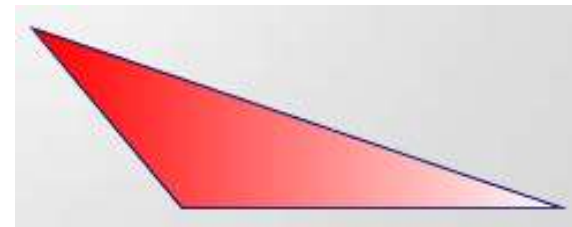
Si es tenen en compte els seus angles:



Triangle **rectangle**
té un angle recte

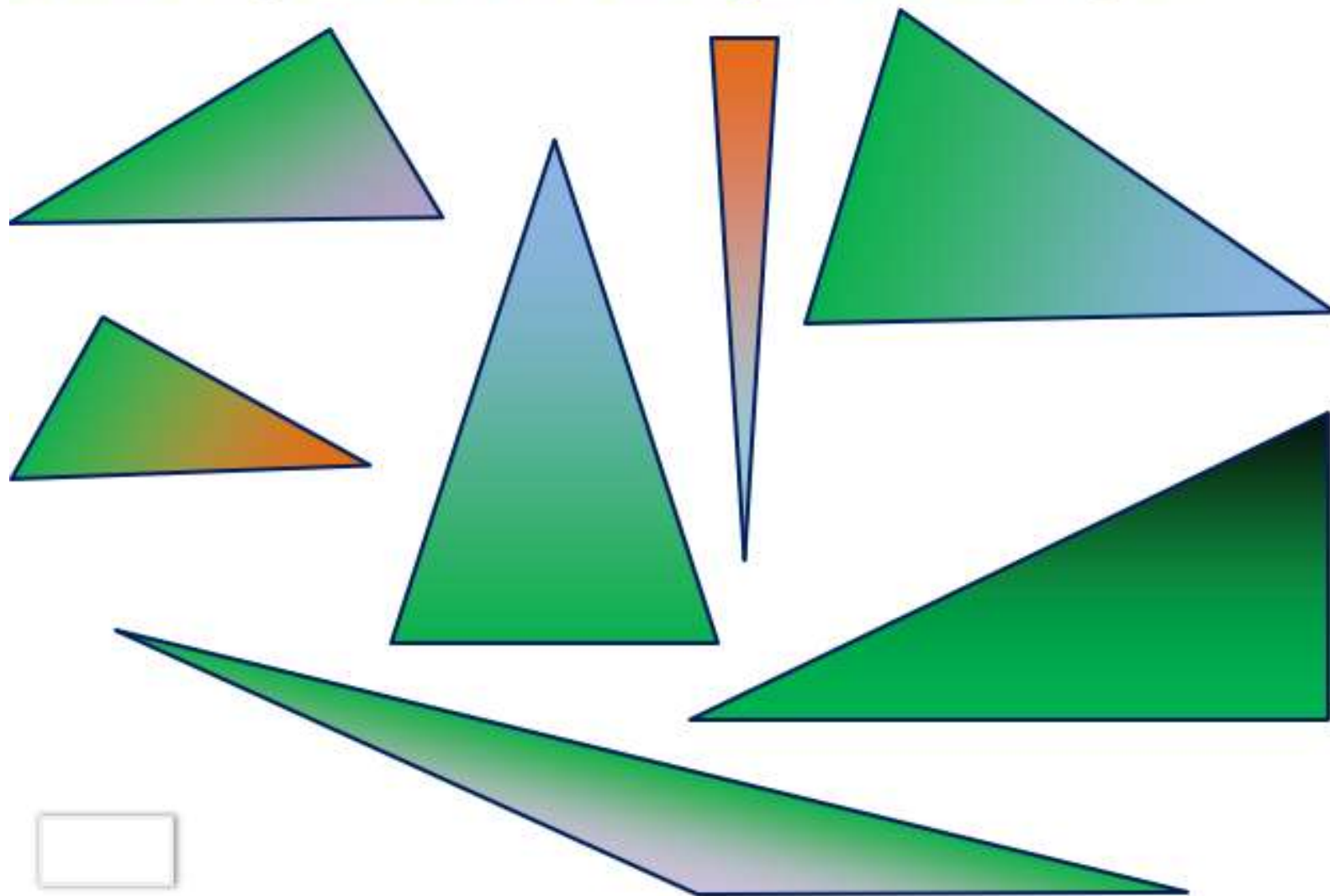


Triangle **acutangle**
té tots tres angles aguts

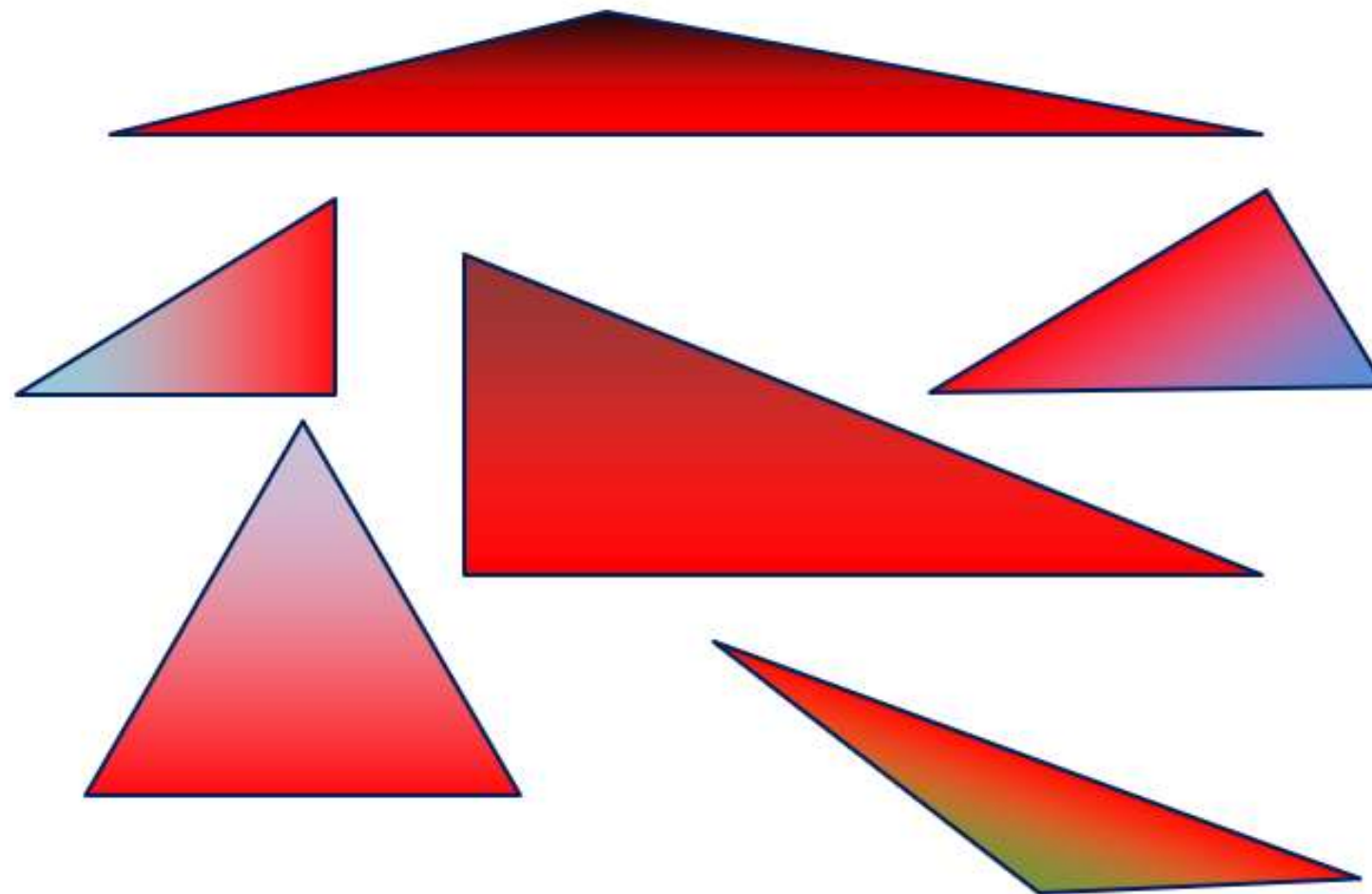


Triangle **obtusangle**
té un angle obtús

Quina figura és un triangle obtusangle?

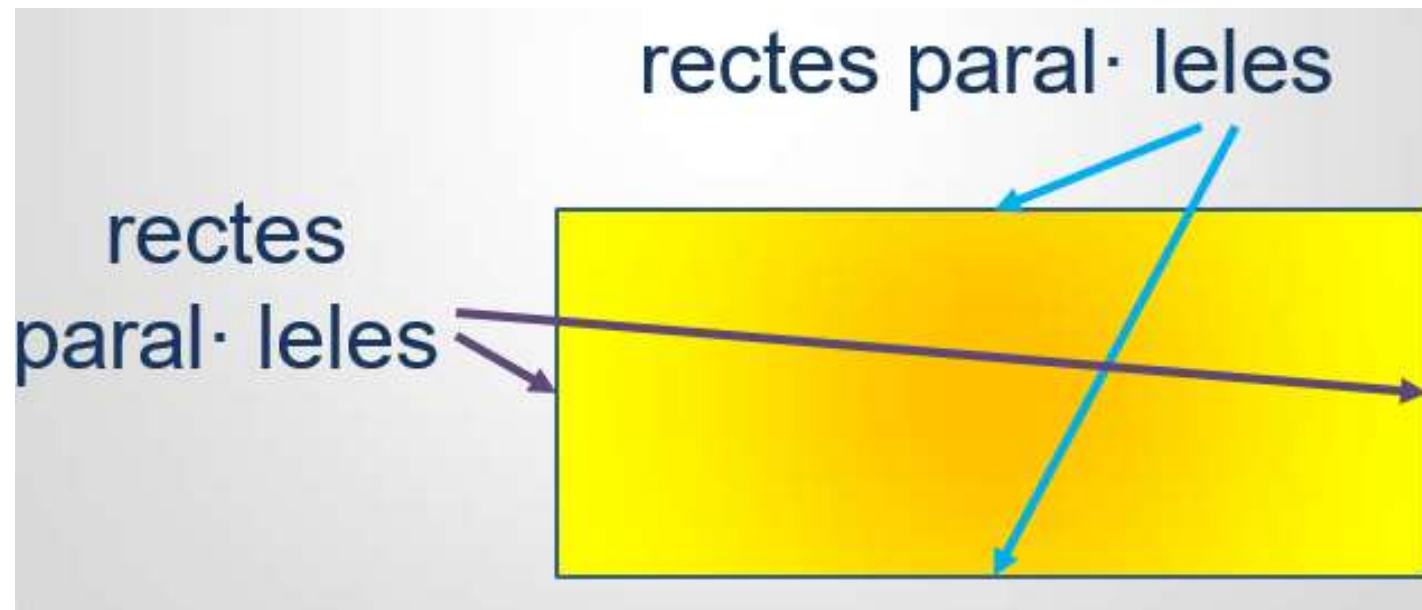


Quina figura és un triangle acutangle?



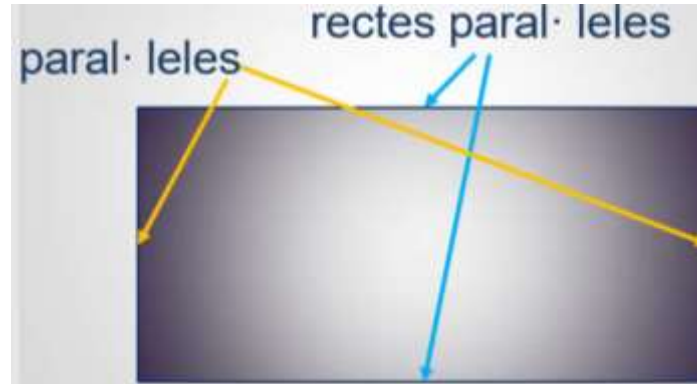
Classes De Quadrilàters

Hi ha quadrilàters que són **paral·lelograms**. Són els que tenen paral·lels tots els costats oposats.

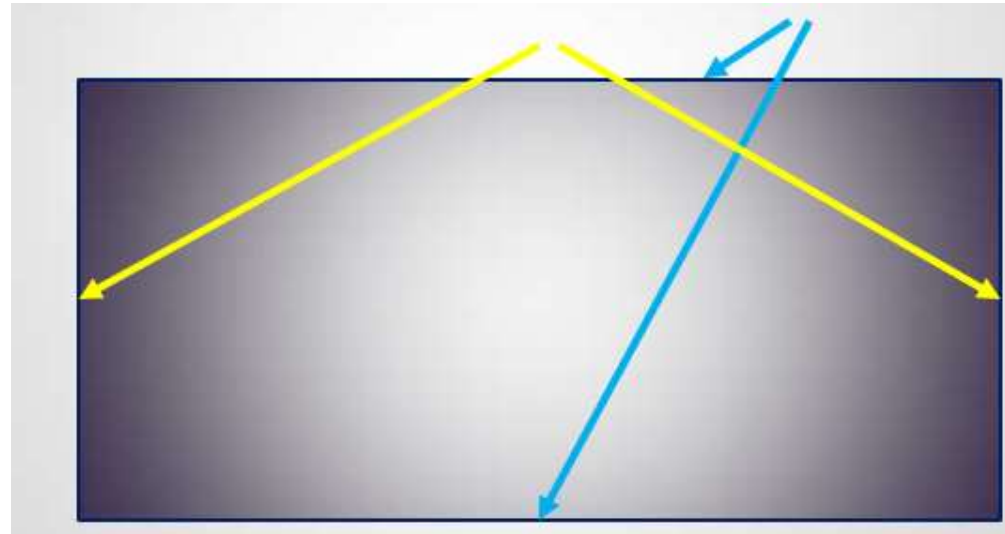


El quadrat té tots els seus quatre costats iguals i també tots els seus quatre angles, que són rectes.

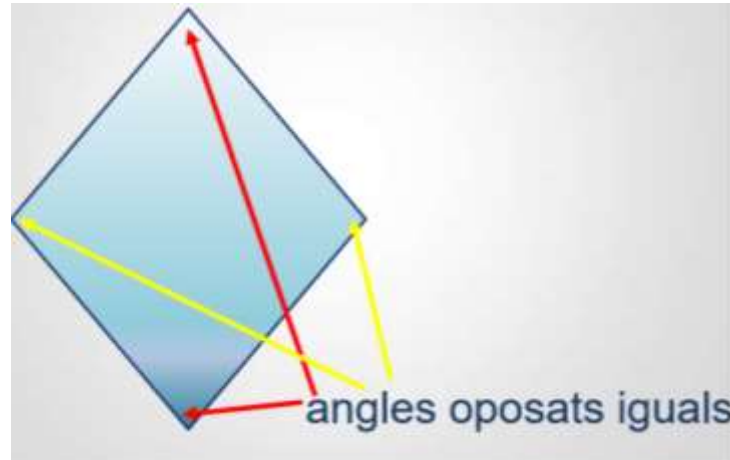
És un **paral·lelogram**: és un polígon. Conformat per 4 costats i que es caracteritza perquè els seus costats oposats són paral·lels entre ells. →



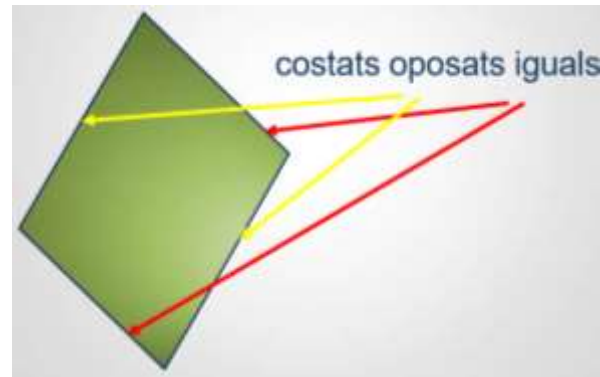
El **rectangle** té els costats oposats iguals i tots els seus quatre angles són rectes



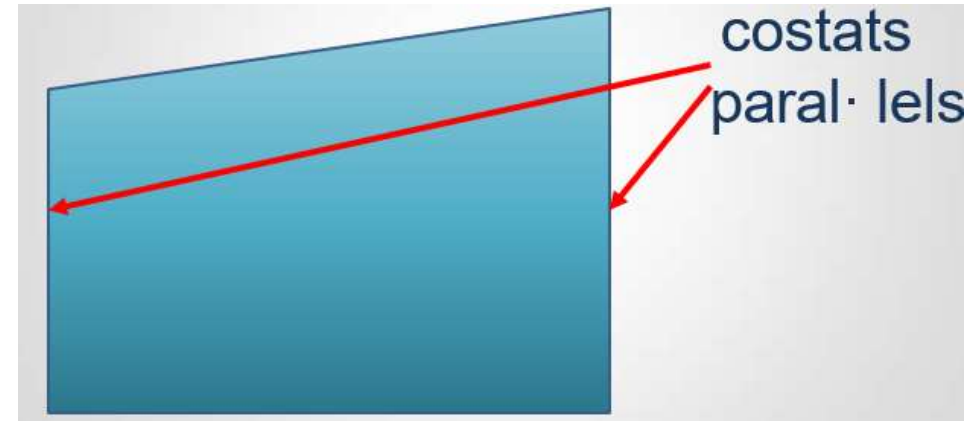
El **rombe** té els quatre costats iguals i els angles oposats iguals.



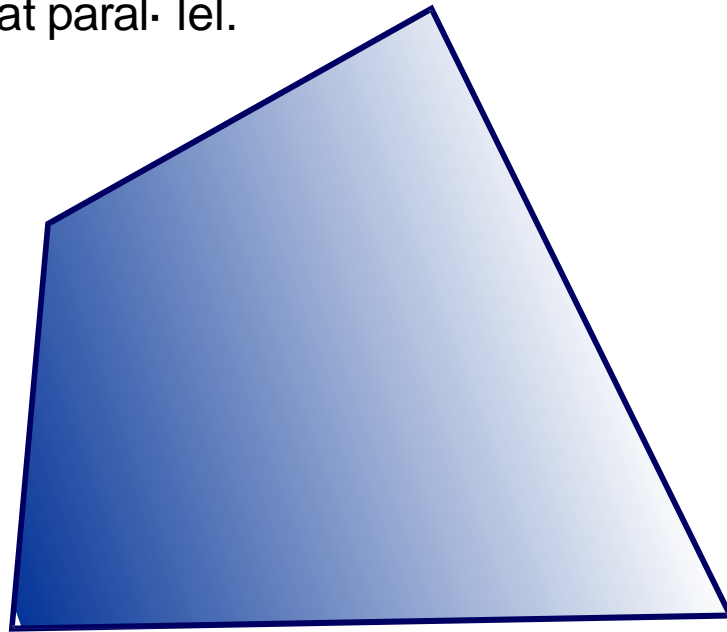
El **romboide** té els costats oposats iguals i els angles oposats iguals.



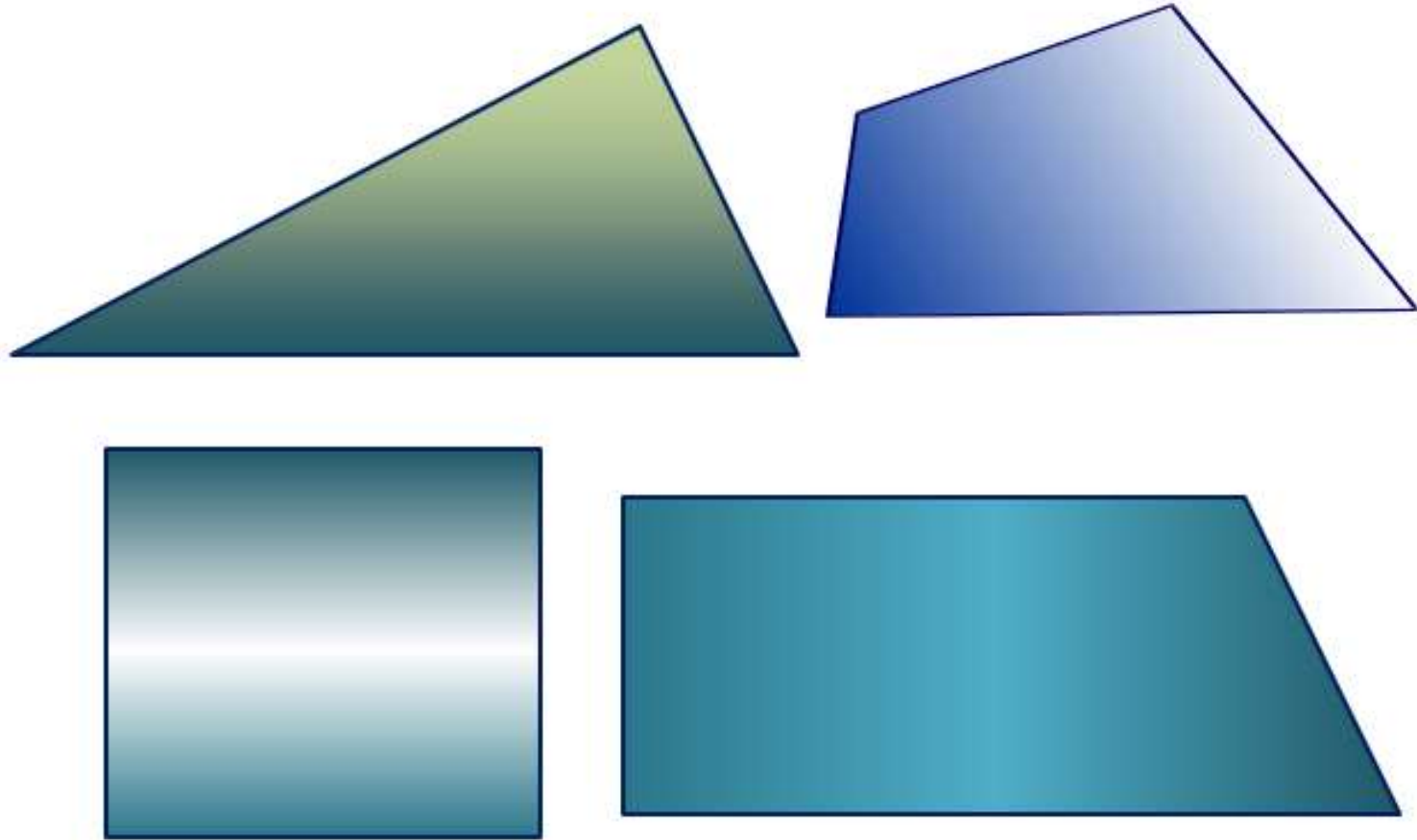
El **trapezi** té només dos costats oposats paral·lels.



El **trapezoide** no té cap costat paral·lel.



Quina d'aquestes figures és un trapezi?

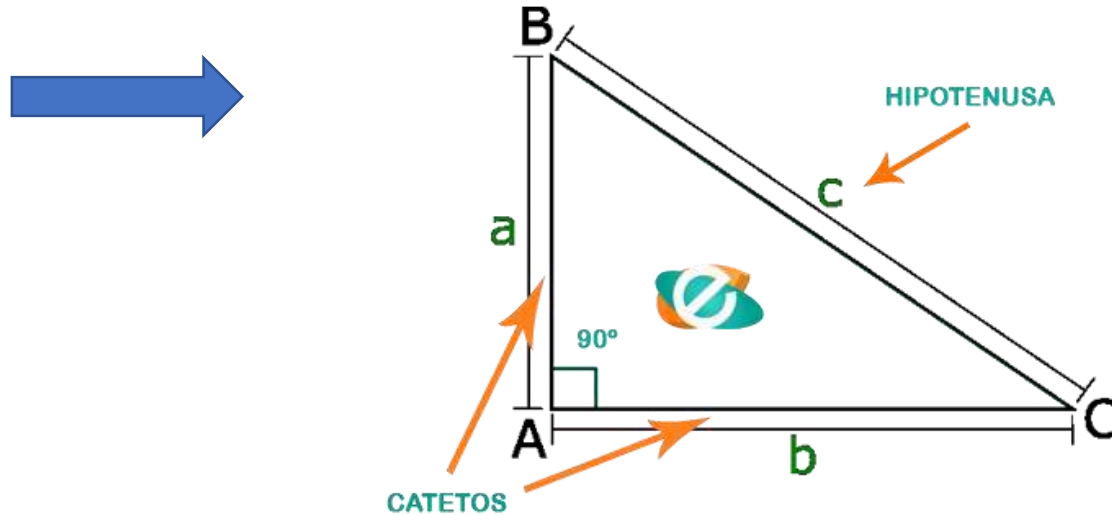


Teorema de Pitàgoras

- El Teorema de Pitàgores va ser elaborat per primera vegada al segle VI a.C pel matemàtic i filòsof grec Pitàgores
- Pitàgores de Somo va ser un filòsof de l'Antiga Grècia

❑ Fórmula:

TRIÂNGULO RECTÂNGULO



❖ Es diu triangle rectangle posseeix un angle recte de 90-graus.

❖ El teorema de Pitàgores estableix que :

- en tot triangle rectangle
- el quadrat de la hipotenusa
- és igual a la suma dels quadrats de les respectives longituds dels catets

TEOREMA DE PITÁGORAS

$$c^2 = a^2 + b^2$$

De donde se extrae que

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

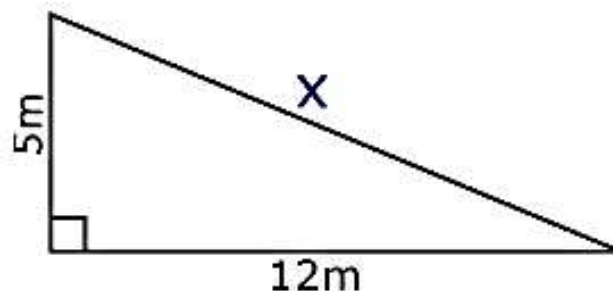
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

On "c" és la hipotenusa i "a" i "b" són els catets



EXEMPLE:



De la figura mostrada, calcular la longitud de la hipotenusa

Solución:

Como en este ejercicio se debe hallar el valor de la hipotenusa, se puede utilizar la fórmula de la hipotenusa:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

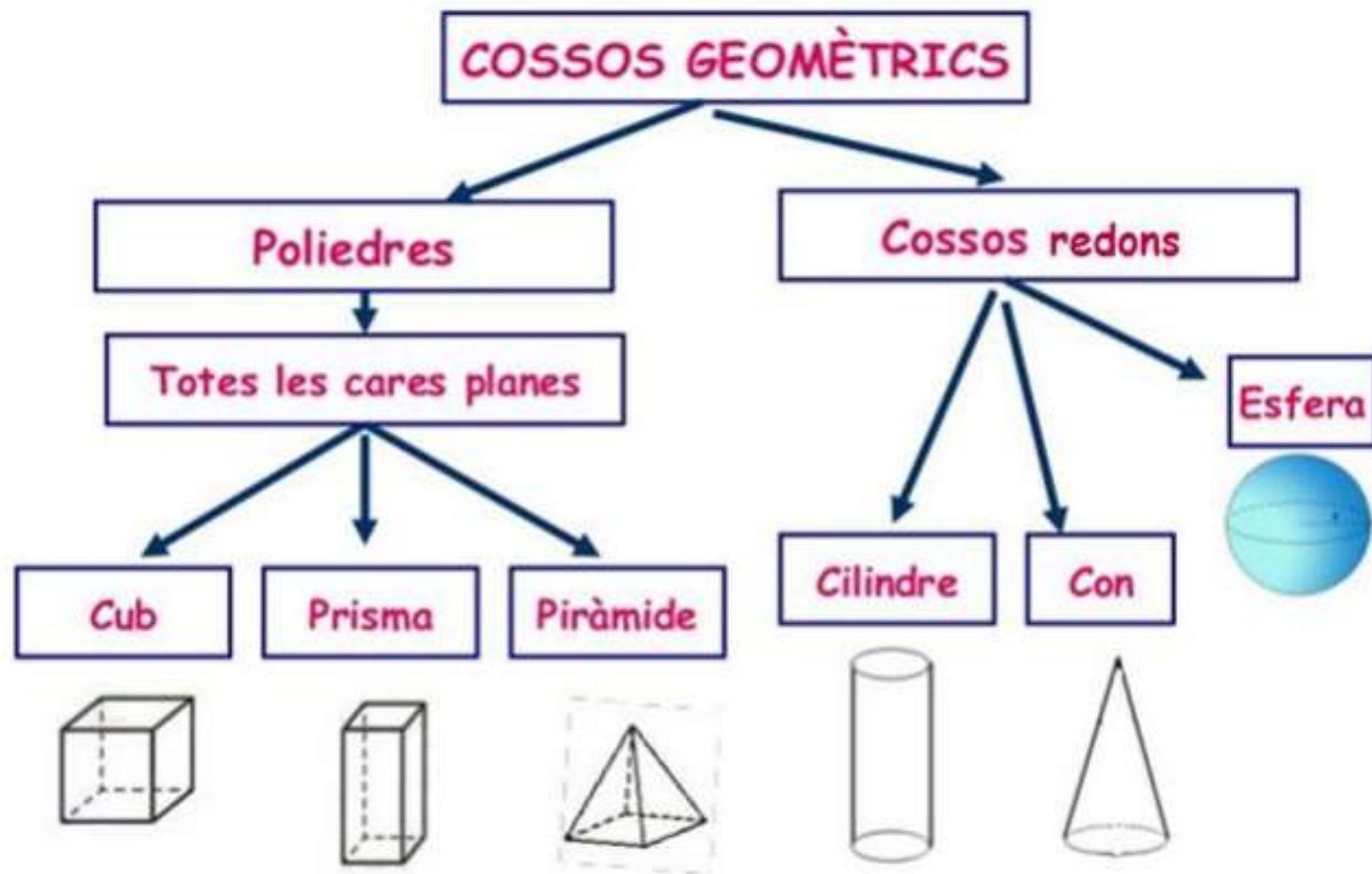
Reemplazando los datos conocidos se obtiene que:

$$c = \sqrt{5^2 + 12^2} \rightarrow c = \sqrt{25 + 144} \rightarrow c = \sqrt{169}$$

Solución

$$c = 13$$

Por lo tanto, la medida de la hipotenusa es 13 cm.



Classificació: poliedres i cossos de revolució

❑ Poliedre:

- cos geomètric limitat per polígons.

Elements: cares, arestes i vèrtexs.

- Prismes
- Piràmides
- Poliedres regulars o platònics

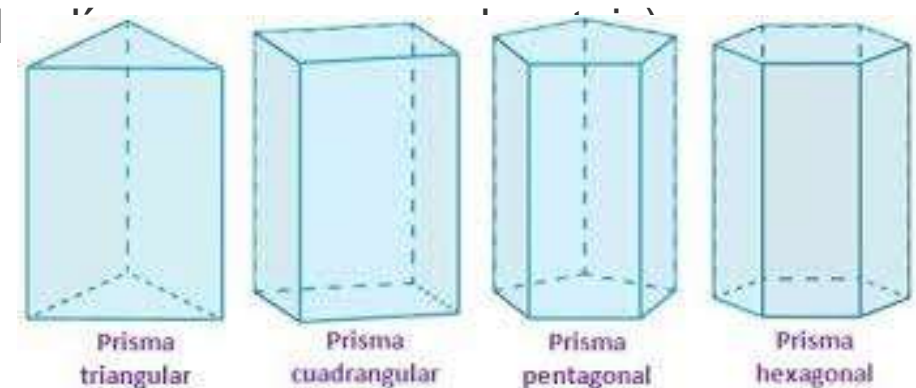
❑ Cos de revolució:

- Cos geomètric que es genera fent girar una superfície plana al voltant d'un eix.

- Cilindres
- Cons
- Esferes

A) PRISMES:

- Tenen dues bases paral·leles i iguals i la resta de les cares són paral·lelograms. Normalment, reben el nom de la base.
- Poden ser **REGULARS**
(si tenen les bases un polígon regular, és a dir, que els costats del polígon mesuren el mateix)
- Poden ser **IRREGULARS**
(les bases són polígons irregulars, és a dir, que els costats del



❑ En un prisma es poden diferenciar els següents elements:

Bases (B): polígons qualsevol. Cada prisma té dues bases, sent totes dues iguals i paral·leles.

Cares (C): els paral·lelograms dels laterals

Altura (h): distància entre les dues bases del prisma.

Vèrtexs (V): punts on conflueixen les cares del prisma.

Arestes (A): cadascun dels costats de les cares.

Es diran arestes de base si són els costats de la base o arestes laterals si són els costats de les cares laterals.

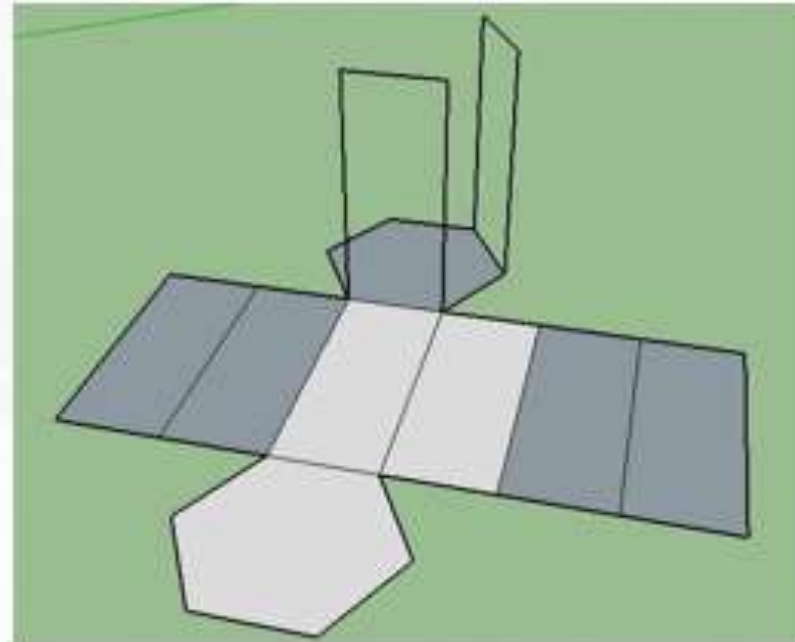
A) PRISMES:

Desenvolupament (desplegar-lo):

2 bases + 1 rectangle

$$\text{Àrea base} = \frac{P \cdot ap}{2}$$

$$\text{Àrea lateral} = P \cdot h$$



$$\text{Àrea d' un prisma} = \text{Àrea lateral} + 2 \cdot \text{Àrea de la base}$$





B) PIRÀMIDES:

- Tenen només una base i en el costat oposat un vèrtex.
- Les cares són triangulars.
- Normalment, se'ls nomena segons el nom de la base.
- Poden ser **REGULARS**

(si tenen la base un polígon regular, és a dir, que els costats del polígon mesuren el mateix)

- Poden ser **IRREGULARS**

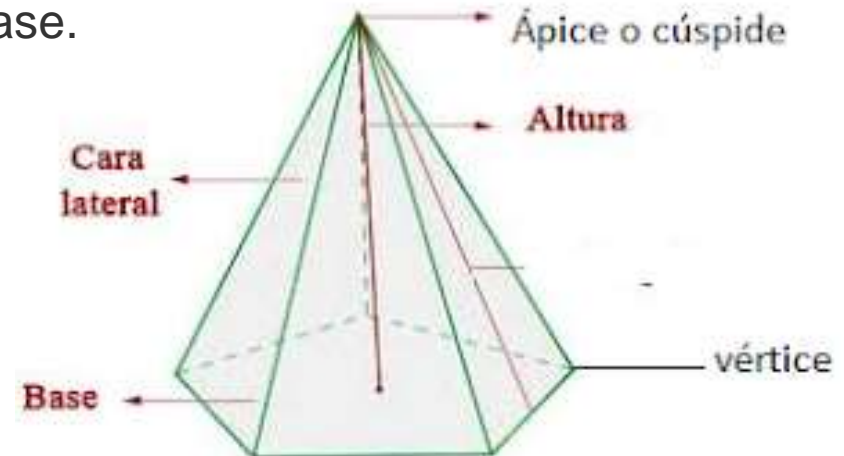
(les bases són polígons irregulars, és a dir, que els costats del polígon no mesuren el mateix)

				
BASES	triangle	quadrilàter	pentàgon	hexàgon
S'anomena:	piràmide triangular	piràmide quadrangular	piràmide pentagonal	piràmide hexagonal

B) PIRÀMIDES:

Llavors els elements de la piràmide són:

- **Base:** polígon.
- **Cares laterals:** triangles.
- **Arestes bàsiques:** són els costats de la base.
- **Arestes laterals:** Són els costats de les cares laterals.
- **Vèrtexs:** Són els punts on es tallen les arestes.
- **Àpex o cúspide:** És el vèrtex comú a totes les cares laterals. També se sol nomenar a aquest vèrtex com a vèrtex de la piràmide, encara que té més.
- **Altura:** És la distància que hi ha entre l'àpex o cúspide i la base.



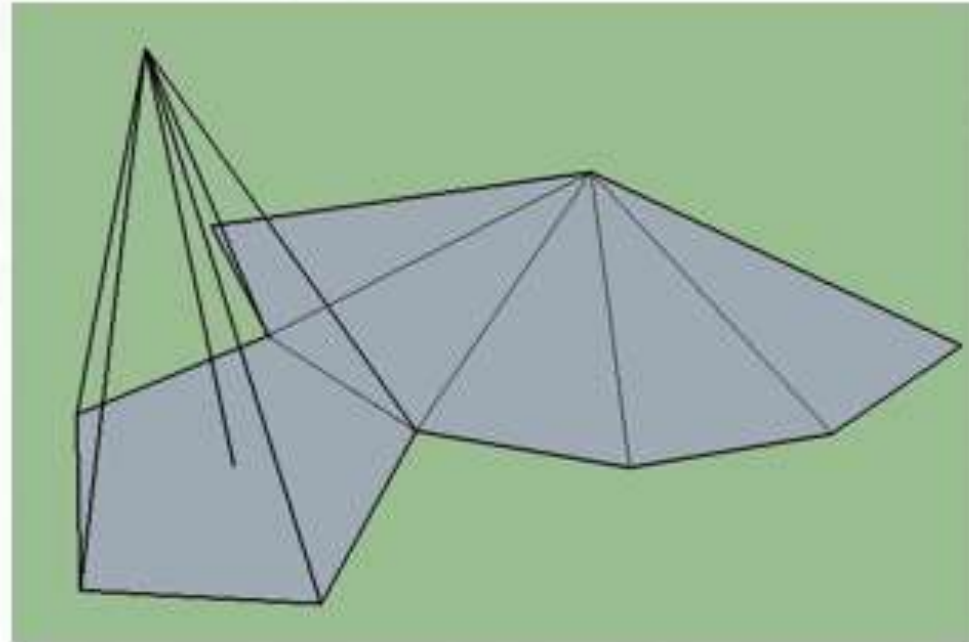
B) PIRÀMIDES:

Desenvolupament:

1 base + 5 triangles

$$\text{Àrea base} = \frac{P \cdot apb}{2}$$

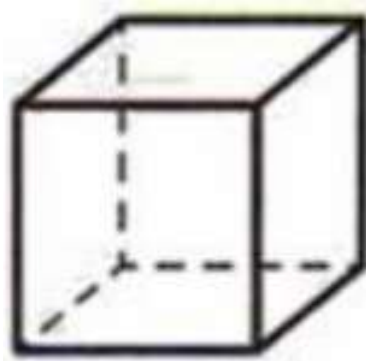
$$\text{Àrea lateral} = n \cdot \frac{c \cdot app}{2}$$



$$\text{Àrea d'una piràmide} = \text{Àrea lateral} + \text{Àrea de la base}$$

C) CUB

- És un poliedre, prisma quadrangular molt especial: Totes les seues cares són quadrats exactament iguals.



NOMBRE DE
CARES

6 cares

LES CARES SÓN

Planes, iguals

LES CARES
TENEN FORMA

Quadrada

NOMBRE
D'ARESTES

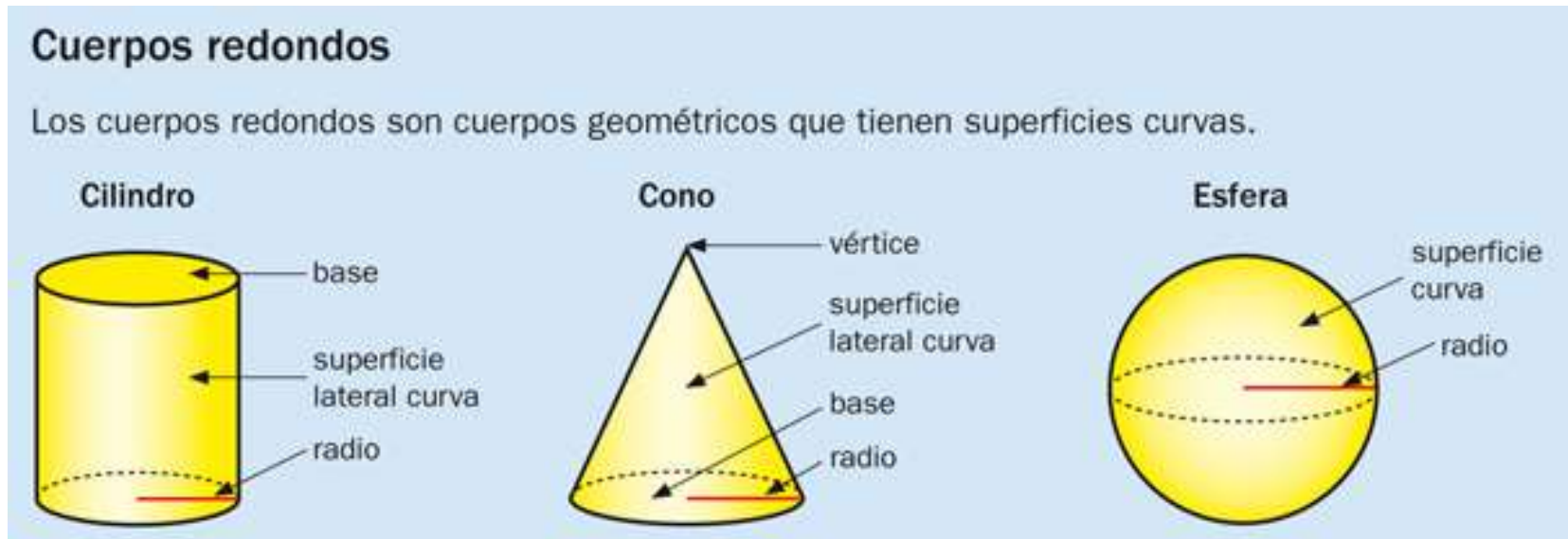
12 arestes

NOMBRE DE
VÈRTEX

8 vèrtex

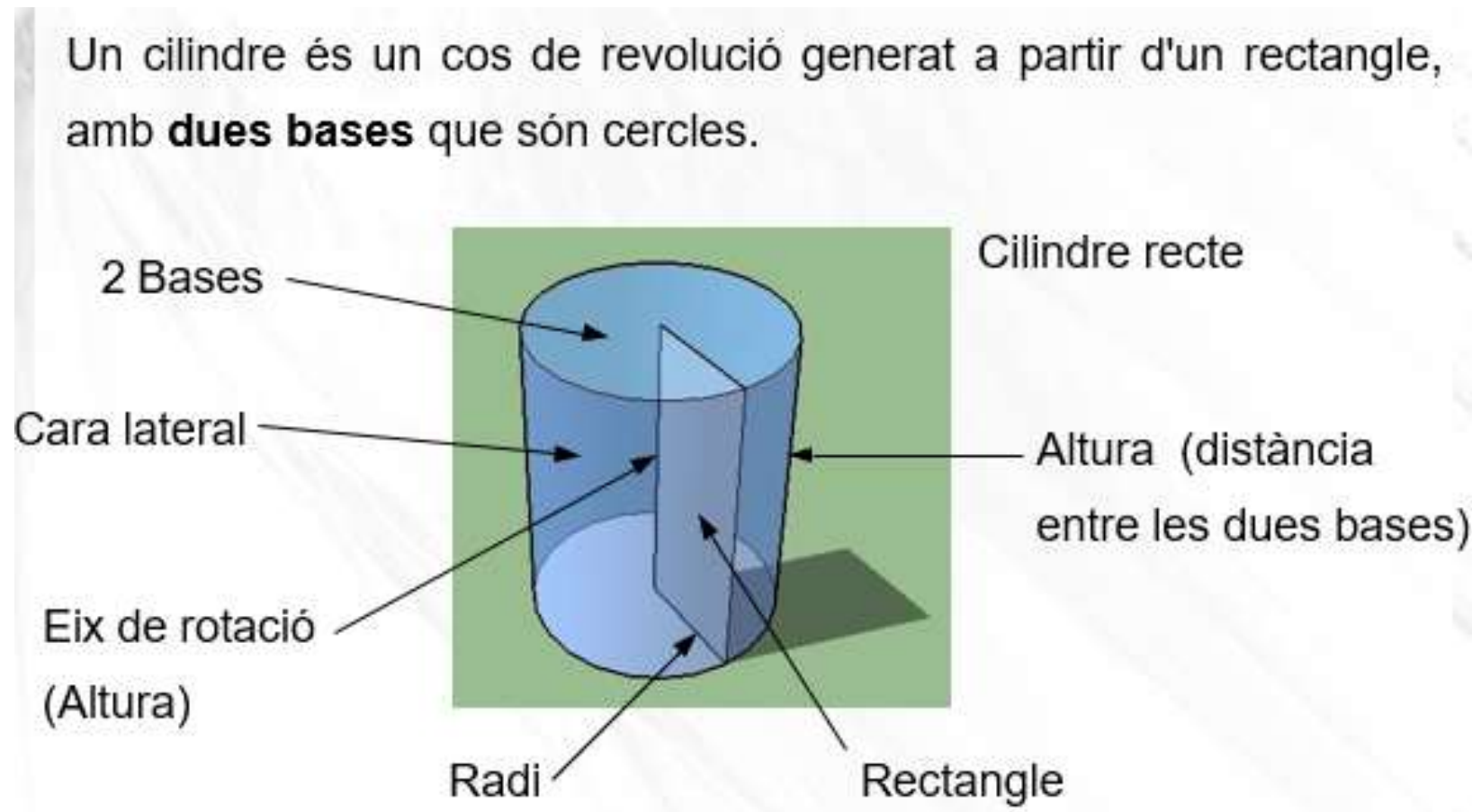
COSSOS REDONS:

- NO TENEN LES CARES PLANES → SINÓ UNA SUPERFÍCIE CORBA.
- ❖ NOMÉS HI HA TRES: CON, CILINDRE I ESFERA.



D) CILINDRE:

- És un cos rodó amb una superfície lateral corba i dues bses que són cercles iguals

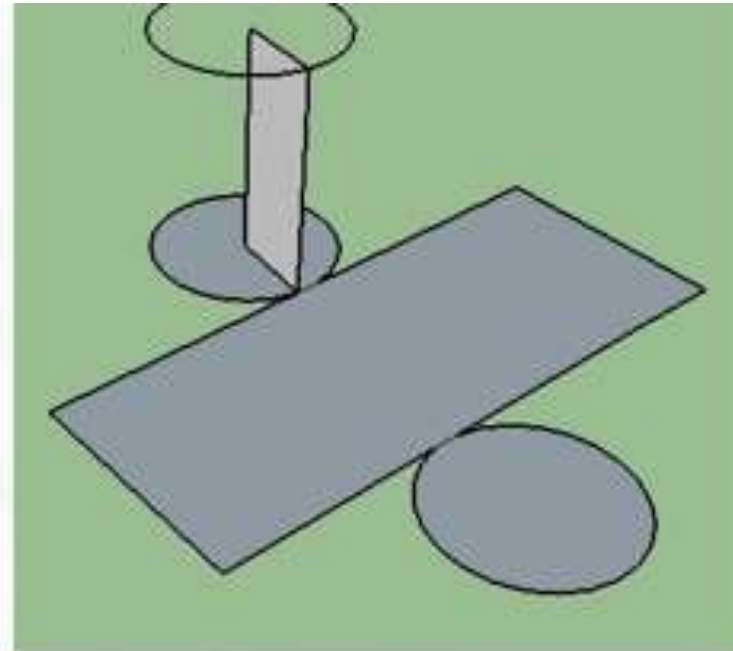


D) CILINDRE:

2 cercles + 1 rectangle

$$\text{Àrea base} = r^2 \cdot \pi$$

$$\text{Àrea lateral} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

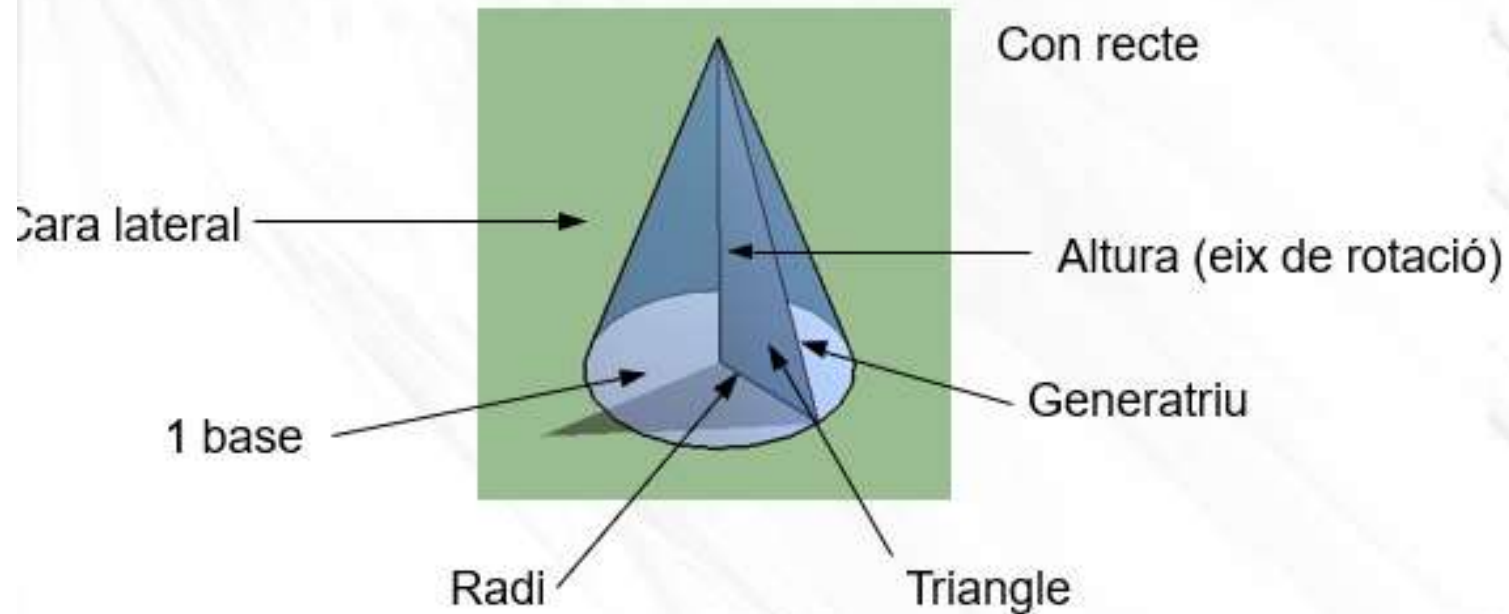


$$\text{Àrea d' un cilindre} = \text{Àrea lateral} + 2 \cdot \text{Àrea de la base}$$

E) CON:

- És un cos rodó amb una superfície lateral corba que acaba en un vèrtex, i una sola base circular

Un con és un cos de revolució generat a partir d'un triangle rectangle, amb **una base** en forma de cercle.



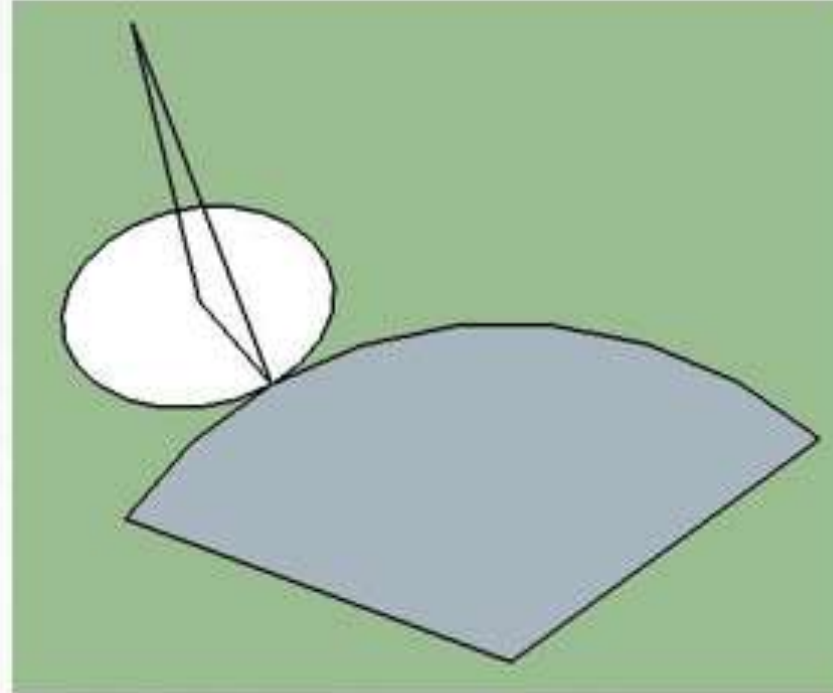
E) CON:

Desenvolupament:

1 cercles + 1 sector

$$\text{Àrea base} = r^2 \cdot \pi$$

$$\text{Àrea lateral} = \pi \cdot r \cdot g$$

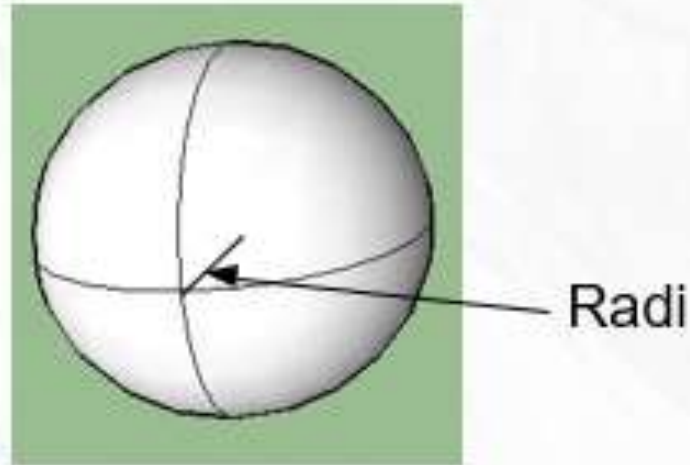


$$\text{Àrea d' un con} = \text{Àrea lateral} + \text{Àrea de la base}$$

F) ESFERA:

- És un cos rodó format per una única superfície corba.

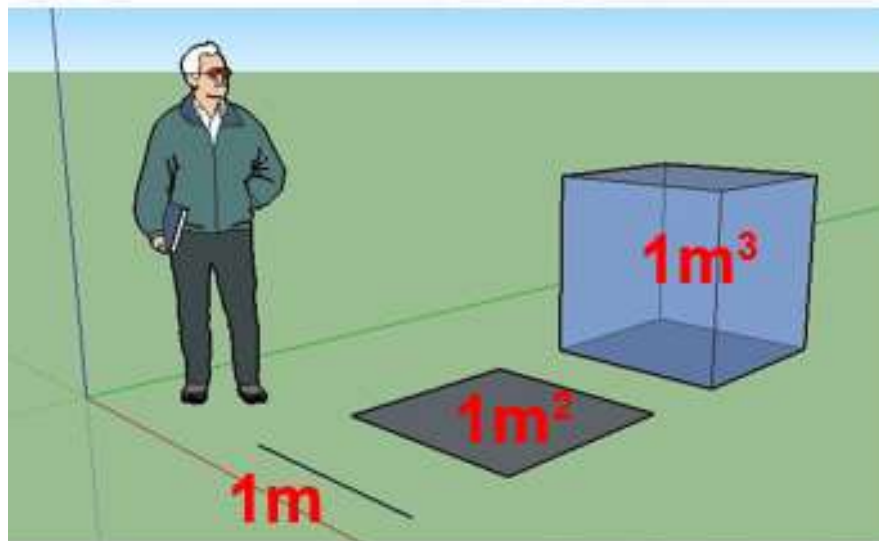
Una esfera és un cos de revolució generat a partir d'un semicercle.



$$\text{Àrea d'una esfera} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Les unitats de volum

- La **longitud** és la mesura de la distància entre dos punts.
- La **superfície o àrea** és la mesura de l'extensió que ocupa un pla.
- El **volum** és la mesura de l'espai que ocupa un cos.

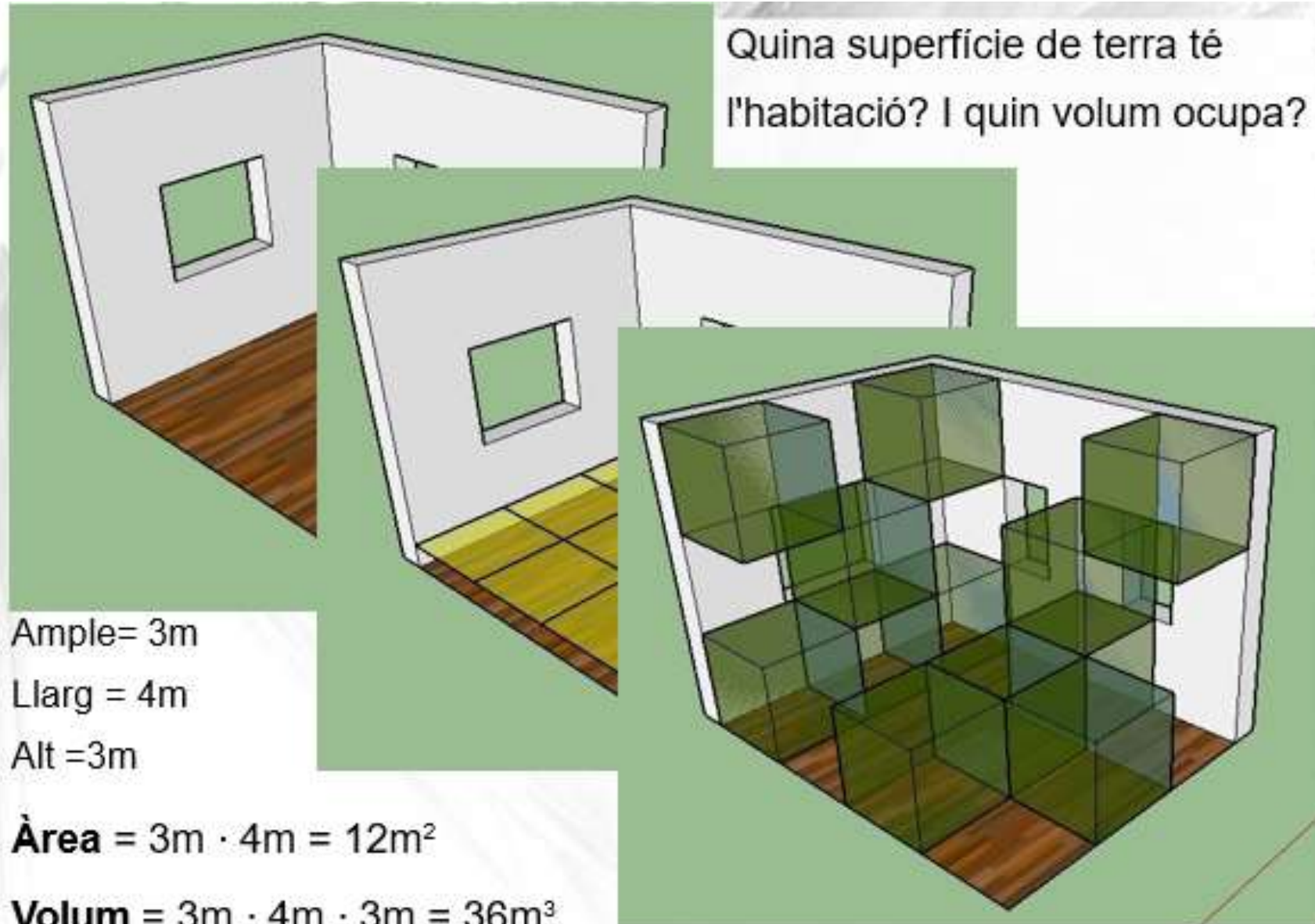


1m

$$1\text{m} \cdot 1\text{m} = 1\text{m}^2$$

$$1\text{m} \cdot 1\text{m} \cdot 1\text{m} = 1\text{m}^3$$

Quina superfície de terra té l'habitació? I quin volum ocupa?



□ Prismes i cilindres

-L'ortoeдре de dimensions **a**, **b**, **c**:

$$Volum = a \cdot b \cdot c$$

-Per extensió, el cub d'aresta **a**:

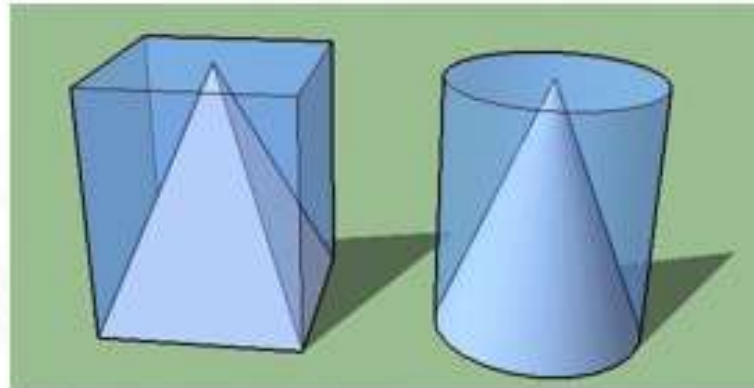
$$Volum = a^3$$

-Per extensió, en prismes i cilindres:

$$Volum = \text{Àrea de la base} \cdot h$$

□ Piràmides i cons

Per **experimentació**, sabem que una piràmide o un con ocupa una tercera part del volum que ocupa el prisme o el cilindre que té la mateixa base i la mateixa altura.

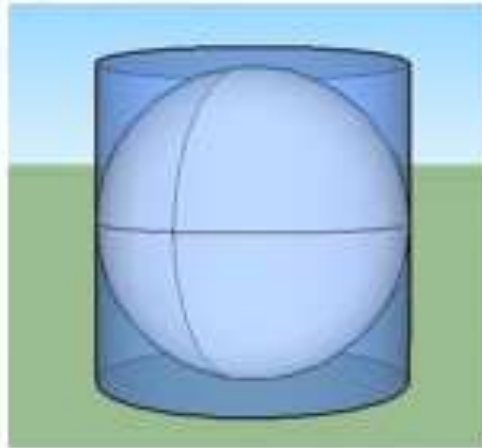


Per tant, en piràmides i cons:

$$Volum = \frac{1}{3} \cdot \text{Àrea de la base} \cdot h$$

□ L'esfera

Per **experimentació**, sabem que una esfera ocupa dues tercers parts del volum que ocupa el cilindre en la qual la podem inscriure.



Si R és el radi de l'esfera, el cilindre té per radi de la base R , i per altura $2R$.

$$V_C = \pi \cdot R^2 \cdot 2R = 2 \cdot \pi \cdot R^3$$

$$V_e = \frac{2}{3} \cdot V_C = \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R^3$$

$$\text{Volum esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$